

四庫全書

子部

欽定四庫全書

子部

御製數理精蘊下編卷十一

詳校官欽天監博古之雄

靈臺郎臣倪廷梅覆勘

總校官檢討臣何思鈞

校對官中書臣陸湘

謄錄監生臣范鳴謙

欽定四庫全書

御製數理精蘊下編卷十一

面部一

平方

帶縱平方

平方

平方者等邊四直角之面積也以形而言則為兩矩所合以積而言則為自乘之數因其有廣無厚故曰平方因其縱橫相等故曰正方蓋方積面也而其邊則線也有線求面則相乘而得積有面求線則開方而得邊開之之法略與歸除同但歸除有法有實而開方則有實而無法故古人立為商除廉隅之制以相求每積二位得邊之一位所謂一百一十定無疑一千三十有零餘九千九百不離十一萬方為一百

推是也其法先從一角而剖其冪以自一至九自乘之數為方根與所有之積相審量其足減者而定之是為初商初商減盡無餘則方邊止一位若有餘實即初商方積外別成一磬折形其附初商之兩旁者謂之廉兩廉之角所合一小方謂之隅廉有二故倍初商為兩廉之共長是為廉法視餘積足廉法幾倍即是次商隅即次商之自乘故次商為隅法合廉隅而以次商乘之則得兩廉一隅之共積所謂初商方積外別成一磬折形者是也故次商為初商所得方

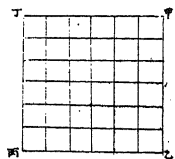
邊之零如次商數與初商餘積相減尚有未盡之實則又成一磬折形而仍為兩廉一隅但較前廉愈長而隅愈小耳凡有幾層廉隅俱照初商之例逐層遞析之實盡而止實不盡者必非自乘之正數遞析之至於纖塵終有奇零若餘實不足廉隅法之數者則方邊為空位此開方之定法也面形不一而容積皆以方積為準故平方為算諸面之本諸面必通之方積而後可施其法也

設如正方面積三十六尺開方問每一邊數幾何

$$\begin{array}{r} 六(六六) \\ 三三 \\ \hline 〇六 \end{array}$$

法列方積三十六尺自末位起算每方積二位定方邊一位今積止有二位則於六尺上作記定單位以自一至九自乘之方根數與之相審知與六尺自乘之數恰合乃以六尺書於方積六尺之上而以六尺自乘之三十六尺書於方積原數之下相減恰盡即得開方之數為六尺也如圖甲乙丙丁正方形每邊皆六尺其中函一尺小正方三十六自

邊計之為六尺自乘之積以積開之則
與六尺自乘方根之數相準故商除之
恰盡也蓋方積為二位是以方邊止一
位方積即六尺自乘之數故無廉隅之
可用次商如有餘積則自成廉隅而用
次商矣

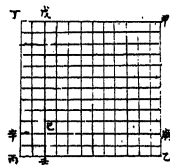


設如正方面積一丈四十四尺開方問每一邊數幾
何

法列方積一丈四十四尺自末位起算

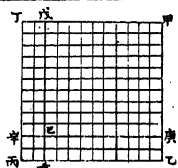
$$\begin{array}{r} \text{二} \\ \text{四} \\ \hline \text{四} \\ \text{四} \\ \hline \text{〇} \end{array} \quad \begin{array}{r} \text{二} \\ \text{一} \\ \hline \text{〇} \end{array} \quad \begin{array}{r} \text{三} \\ \text{三} \\ \hline \text{〇} \end{array}$$

每方積二位定方邊一位故隔一位作
記即於四尺上定尺位一丈上定丈位
其一丈為初商積與一丈自乘之數相
合即定初商為一丈書於方積一丈之
上而以一丈自乘之正方一丈書於初
商積之下相減恰盡爰以方邊末位積
四十四尺續書於下大凡以餘積續書於下者每取方積
之二位以當方為次商廉隅之共積乃
邊之一位也以初商之一丈作一十尺倍之得二十



尺為廉法以除四十四尺足二尺即定
 次商為二尺書於方積四尺之上而以
 次商二尺為隅法與廉法二十尺相加
 共得二十二尺為廉隅共法書於餘積
 之左以次商二尺乘之得四十四尺與
 次商廉隅共積相減恰盡是開得一丈
 二尺為方面每一邊之數也如圖甲乙
 丙丁正方形每邊皆一丈二尺其中面
 積一丈四十四尺是為共積其從一角

$$\begin{array}{r} 1110 \\ 440 \\ \hline 220 \end{array}$$



所分甲庚巳戌正方形每邊一丈即初商數其中面正方積一丈即初商自乘數所餘庚巳壬乙戌巳辛丁兩長方為兩廉其各長十尺即初商數其各闊二尺即次商數廉有二故倍初商為廉法其巳壬丙辛一小正方為隅其邊二尺亦即次商數故以次商為隅法合兩廉一隅成一磬折形附於初商自乘方之兩邊而成一總正方形此廉隅之法所

由生也

設如正方面積五百二十九尺開方問每一邊數幾

何

此題正方面積之三位皆以尺命位似與前題分丈尺者不同然其取方積二位續書於下其

末位即命為單位立算則與丈尺同也

法列方積五百二十九尺自末位起算

每方積二位定方邊一位故隔一位作

記乃於九尺上定單位五百尺上定十

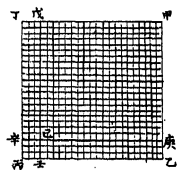
位其五百尺為初商積以初商本位計

之則五百尺為初商積之單位止與二

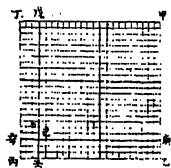
$$\begin{array}{r} \text{三} \text{九} \text{九} \text{〇} \\ \text{二} \text{二} \text{二} \text{〇} \\ \hline \text{二} \text{五} \text{四} \text{一} \text{二} \text{〇} \\ \text{四} \text{三} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{三} \quad \text{九} \quad \text{九} \quad \text{九} \quad \text{〇} \\ \text{二} \quad \text{二} \quad \text{二} \quad \text{二} \quad \text{〇} \\ \text{二} \quad \text{五} \quad \text{四} \quad \text{一} \quad \text{一} \quad \text{〇} \\ \text{四} \quad \text{三} \quad \text{一} \quad \text{一} \quad \text{〇} \end{array}$$

自乘之數相準即定初商為二書於方
積五百尺之上而以二自乘之四書於
初商積之下相減餘一百尺爰以方邊
第二位積二十九尺續書於下共一百
二十九尺為次商廉隅之共積乃以初
商之二作二十尺倍之得四十尺為廉
法以除一百二十九尺足三尺即定次
商為三尺書於方積九尺之上而以次
商三尺為隅法與廉法四十尺相加共



得四十三尺為廉隅共法書於餘積之
 左以次商三尺乘之得一百二十九尺
 與次商廉隅共積相減恰盡是開得二
 十三尺為方面每一邊之數也如圖甲
 乙丙丁正方形每邊皆二十三尺其中
 面積五百二十九尺是為共積其從一
 角所分甲庚巳戊正方形每邊二十尺
 即初商數其中面積四百尺即初商自
 乘數所餘庚巳壬乙戊巳辛丁兩長方



為兩廉其各長二十尺即初商數其各闊三尺即次商數其已壬丙辛一小正方為隅其邊三尺亦即次商數合兩廉一隅成一磬折形附於初商自乘方之兩邊而成一總正方形也

設如正方面積五丈四十七尺五十六寸開方問每一邊數幾何

法列方積五丈四十七尺五十六寸自末位起算每方積二位定方邊一位故

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{r}
 \text{四} \\
 \text{六} \\
 \text{五} \\
 \text{七} \\
 \text{四} \\
 \text{二}
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 \text{三} \\
 \text{七} \\
 \text{四} \\
 \text{五} \\
 \text{四} \\
 \text{二}
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 \text{二} \\
 \text{五} \\
 \text{四} \\
 \text{一} \\
 \text{一} \\
 \text{〇}
 \end{array}
 \\
 \hline
 \begin{array}{r}
 \text{四} \\
 \text{六} \\
 \text{四} \\
 \text{一} \\
 \text{一} \\
 \text{〇}
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 \text{七} \\
 \text{九} \\
 \text{八} \\
 \text{一} \\
 \text{一} \\
 \text{〇}
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 \text{六} \\
 \text{六} \\
 \text{五} \\
 \text{八} \\
 \text{一} \\
 \text{〇}
 \end{array}
 \\
 \hline
 \begin{array}{r}
 \text{四} \\
 \text{六} \\
 \text{四} \\
 \text{一} \\
 \text{一} \\
 \text{〇}
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 \text{七} \\
 \text{九} \\
 \text{八} \\
 \text{一} \\
 \text{一} \\
 \text{〇}
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 \text{六} \\
 \text{六} \\
 \text{五} \\
 \text{八} \\
 \text{一} \\
 \text{〇}
 \end{array}
 \end{array}$$

隔一位作記即於六寸上定寸位七尺
 上定尺位五丈上定丈位其五丈為初
 商積與二丈自乘之數相準即定初商
 為二丈書於方積五丈之上而以二丈
 自乘之四丈書於初商積之下相減餘
 一丈即一百尺爰以方邊第二位積四
 十七尺續書於下共一百四十七尺為
 次商廉隅之共積乃以初商之二丈作
 二十尺倍之得四十尺為廉法以除一

$$\begin{array}{r}
 \textcircled{二} \quad \textcircled{三} \quad \textcircled{四} \\
 \textcircled{五} \quad \textcircled{七} \quad \textcircled{五} \quad \textcircled{六} \\
 \textcircled{四} \quad \textcircled{二} \quad \textcircled{一} \quad \textcircled{四} \quad \textcircled{七} \\
 \textcircled{四} \quad \textcircled{六} \quad \textcircled{四} \quad \textcircled{一} \quad \textcircled{一} \quad \textcircled{八} \quad \textcircled{五} \quad \textcircled{六} \\
 \textcircled{一} \quad \textcircled{一} \quad \textcircled{一} \quad \textcircled{一} \quad \textcircled{一} \quad \textcircled{一} \quad \textcircled{一} \quad \textcircled{一}
 \end{array}$$

百四十七尺足三尺即定次商為三尺
 書於方積七尺之上而以次商三尺為
 隅法與廉法四十尺相加共得四十三
 尺為廉隅共法書於餘積之左以次商
 三尺乘之得一百二十九尺與次商廉
 隅共積相減餘一十八尺即一千八百
 寸復以方邊末位積五十六寸續書於
 下共一千八百五十六寸為三商廉隅
 之共積乃以初商次商之二丈三尺作

設如正方面積四十五萬九千六百八十四尺開方

問每一邊數幾何

此題正方面積之六位皆以尺命位似與前題分丈尺寸三色

者不同然其每取方積二位續書於下其末位即命為單位立算仍與丈尺寸同也

法列方積四十五萬九千六百八十四

尺自末位起算每方積二位定方邊一

位故隔一位作記乃於四尺上定單位

六百尺上定十位五萬尺上定百位其

四十五萬尺為初商積以初商本位計

之則五萬尺為初商積之單位而四十

六 七 八
四 五 六 八 四
三 九 六 八 四
一 二 七 九 六 八 四
一 三 四 八 一 〇 七 八 四
〇 〇 〇 〇 〇

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{ccccccc}
 & 六 & 七 & 八 & & & \\
 & 四 & 五 & 九 & 六 & 八 & 四
 \end{array} \\
 \begin{array}{r}
 \begin{array}{ccccccc}
 & 三 & 六 & & & & \\
 \hline
 一 & 二 & 七 & 〇 & 九 & 九 & 六
 \end{array} \\
 \begin{array}{ccccccc}
 & 八 & 八 & 九 & & & \\
 \hline
 一 & 三 & 四 & 八 & 一 & 〇 & 七 & 八 & 四
 \end{array} \\
 \begin{array}{ccccccc}
 & 一 & 〇 & 七 & 八 & 四 & & & \\
 \hline
 & 〇 & 〇 & 〇 & 〇 & 〇 & & &
 \end{array}
 \end{array}$$

五萬尺為四十五與六自乘之數相準
 即定初商為六書於方積五萬尺之上
 而以六自乘之三十六書於初商積之
 下相減餘九萬尺爰以方邊第二位積
 九千六百尺續書於下共九萬九千六
 百尺為次商廉隅之共積以次商本位
 計之則六百尺為次商積之單位而九
 萬九千六百尺為九百九十六而初商
 之六即為六十故以初商之六作六十

六 七 八
四 五 九 六 八 四
三 六
一 二 七 〇 九 九 六
一 三 四 八 八 八 九
一 〇 七 八 四
一 〇 七 八 四
〇 〇 〇 〇 〇

倍之得一百二十為廉法以除九百九十六足七倍即定次商為七書於方積六百尺之上而以次商七為隅法與廉法一百二十相加共得一百二十七為廉隅共法書於餘積之左以次商七乘之得八百八十九與次商廉隅共積相減餘一萬零七百尺復以方邊末位積八十四尺續書於下共一萬零七百八十四尺為三商廉隅之共積以三商本

六	七	八
四	五	六
三	四	五
二	三	四
一	二	三
〇	一	二
〇	〇	〇
〇	〇	〇
〇	〇	〇

位計之則積與邊皆仍為本位乃以初
 商次商之六百七十倍之得一千三百
 四十為廉法以除一萬零七百八十四
 足八倍即定三商為八書於方積四尺
 之上而以三商八為隅法與廉法一千
 三百四十相加共得一千三百四十八
 為廉隅共法書於餘積之左以三商八
 乘之得一萬零七百八十四與三商廉
 隅共積相減恰盡是開得六百七十八

			(五)	(九)	(九)	(三)
			三	二	六	四
			五	九	〇	九
一	〇	九	二	一	〇	〇
二	一	八	九	〇	〇	〇
三	一	九	八	三	〇	〇
			〇	〇	〇	〇

以五丈自乘之二十五丈書於初商積之下相減餘一十丈即一千尺爰以方邊第二位積九十一尺續書於下共一千零九十一尺為次商廉隅之共積乃以初商五丈作五十尺倍之得一百尺為廉法以除一千零九十一尺足九尺即定次商為九尺書於方積一丈之上而以次商九尺為隅法與廉法一百尺相加共得一百零九尺為廉隅共法書

邊之數也

設如正方面積五百八十五萬六千四百尺開方問
每一邊數幾何

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{r}
 \text{二五} \\
 \text{四八} \\
 \text{二五}
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 \text{四八} \\
 \text{五五} \\
 \text{二五}
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 \text{二六} \\
 \text{四四} \\
 \text{二五}
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 \text{〇〇} \\
 \text{〇〇} \\
 \text{〇〇}
 \end{array}
 \\
 \hline
 \begin{array}{r}
 \text{四四} \\
 \text{二五} \\
 \text{四八}
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 \text{二五} \\
 \text{四八} \\
 \text{二五}
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 \text{二六} \\
 \text{四四} \\
 \text{二五}
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 \text{〇〇} \\
 \text{〇〇} \\
 \text{〇〇}
 \end{array}
 \\
 \hline
 \begin{array}{r}
 \text{四八} \\
 \text{二五} \\
 \text{四八}
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 \text{二五} \\
 \text{四八} \\
 \text{二五}
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 \text{二六} \\
 \text{四四} \\
 \text{二五}
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 \text{〇〇} \\
 \text{〇〇} \\
 \text{〇〇}
 \end{array}
 \end{array}$$

法列方積五百八十五萬六千四百尺
補二空位以足其分自末空位起算每
隔一位作記於空尺上定單位四百尺
上定十位五萬尺上定百位五百萬尺
上定千位其五百萬尺為初商積以初
商本位計之則五百萬尺為初商積之

單位止與二自乘之數相準即定初商
為二書於方積五百萬尺之上而以二
自乘之四書於初商積之下相減餘一
百萬尺爰以方邊第二位積八十五萬
尺續書於下共一百八十五萬尺為次
商廉隅之共積以次商本位計之則五
萬尺為次商積之單位而一百八十五
萬尺為一百八十五而初商之二即為
二十故以初商之二作二十倍之得四

$$\begin{array}{r}
 \text{二} \quad \text{四} \quad \text{二} \quad \text{〇} \\
 \text{五} \quad \text{八} \quad \text{五} \quad \text{六} \quad \text{四} \quad \text{〇} \quad \text{〇} \\
 \text{四} \\
 \hline
 \text{四四} \quad \text{一八五} \\
 \text{四八二} \quad \text{一七六} \\
 \hline
 \text{〇〇九六四} \\
 \text{〇〇九六四} \\
 \hline
 \text{〇〇〇}
 \end{array}$$

十為廉法以除一百八十五足四倍即定次商為四書於方積五萬尺之上而
以次商四為隅法與廉法四十相加共
得四十四為廉隅共法書於餘積之左
以次商四乘之得一百七十六與次商
廉隅共積相減餘九萬尺復以方邊第
三位積六千四百尺續書於下共九萬
六千四百尺為三商廉隅之共積以三
商本位計之則四百為三商積之單位

$$\begin{array}{r} \textcircled{0} \textcircled{0} \\ \textcircled{2} \textcircled{0} \textcircled{0} \\ \textcircled{4} \textcircled{5} \textcircled{6} \textcircled{4} \textcircled{0} \\ \textcircled{1} \textcircled{5} \textcircled{4} \\ \hline \textcircled{4} \textcircled{4} \textcircled{2} \end{array} \begin{array}{r} \textcircled{5} \textcircled{6} \\ \textcircled{1} \textcircled{7} \textcircled{6} \\ \textcircled{0} \textcircled{0} \textcircled{9} \textcircled{6} \textcircled{4} \\ \textcircled{0} \textcircled{0} \textcircled{9} \textcircled{6} \textcircled{4} \\ \textcircled{0} \textcircled{0} \textcircled{0} \end{array}$$

而九萬六千四百尺為九百六十四而
初商之二即為二百次商之四即為四
十故以初商次商之二四作二百四十
倍之得四百八十為廉法以除九百六
十四足二倍即定三商為二書於方積
四百尺之上而以三商二為隅法與廉
法四百八十相加共得四百八十二為
廉隅共法書於餘積之左以三商二乘
之得九百六十四與三商廉隅共積相

減恰盡是開得二千四百二十尺為方
面每一邊之數也此法方積之末有二
空位故所得方邊之末亦補一空位凡
設數未至單位者皆依此例補足位分
然後開之

設如正方面積八十二丈六十二尺八十一寸開方
問每一邊數幾何

法列方積八十二丈六十二尺八十一
寸自末位起算每隔一位作記於一寸

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{r}
 \text{九} \quad \text{〇} \quad \text{九} \\
 \text{二} \quad \text{六} \quad \text{二} \quad \text{八} \quad \text{一} \\
 \text{八} \quad \text{一} \\
 \text{八} \quad \text{一} \\
 \hline
 \text{一} \quad \text{八} \quad \text{〇} \quad \text{九}
 \end{array}
 \end{array}$$

上定寸位於二尺上定尺位於二丈上
 定丈位其八十二丈為初商積與九丈
 自乘之數相準即定初商為九丈書於
 方積二丈之上而以九丈自乘之八十
 一丈書於方積八十二丈之下相減餘
 一丈即一百尺爰以方邊第二位積六
 十二尺續書於下共一百六十二尺為
 次商廉隅之共積乃以初商九丈作九
 十尺倍之得一百八十尺為廉法以除

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{c} \textcircled{九} \quad \textcircled{〇} \quad \textcircled{九} \\ \text{八二六二八一} \\ \text{八二} \\ \text{一六二八一} \\ \text{一六二八一} \\ \text{〇〇〇〇〇} \end{array} \\
 \hline
 \text{一八〇九}
 \end{array}$$

一百六十二尺其數不足是次商為空
 位也乃書一空於方積二尺之上以存
 次商之位復以方邊末位積八十一寸
 續書於下共一百六十二尺八十一寸
 即一萬六千二百八十一寸為三商廉
 隅之共積仍以一百八十尺作一千八
 百寸為廉法以除一萬六千二百八十
 一寸足九寸即定三商為九寸書於方
 積一寸之上而以三商九寸為隅法與

尺開方問每一邊數幾何

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{ccccccc}
 \textcircled{八} & \textcircled{〇} & \textcircled{〇} & \textcircled{七} & & & \\
 \text{六四} & \text{一一} & \text{二〇} & \text{四九} & & & \\
 \text{六四} & & & & & & \\
 \hline
 \text{一六〇〇七} & \text{〇〇} & \text{一一} & \text{二〇} & \text{四九} & & \\
 & & \text{一一} & \text{二〇} & \text{四九} & & \\
 & & \text{〇〇} & \text{〇〇} & \text{〇〇} & &
 \end{array}
 \end{array}$$

法列方積六千四百一十一萬二千零
 四十九尺自末位起算每隔一位作記
 於九尺上定單位空百尺上定十位一
 萬尺上定百位四百萬尺上定千位其
 六千四百萬尺為初商積以初商本位
 計之則四百萬為初商積之單位而六
 千四百萬為六千四與八自乘之數相
 合即定初商為八書於方積四百萬尺

$$\begin{array}{r} \begin{array}{ccccccc} \textcircled{八} & \textcircled{〇} & \textcircled{〇} & \textcircled{七} \\ \text{六四} & \text{一} & \text{二} & \text{〇四九} \\ \text{六四} & & & \end{array} \\ \hline \begin{array}{ccccccc} \text{一六〇〇七} & \text{〇〇} & \text{一一二〇四九} & \text{一一二〇四九} \\ & & \text{〇〇〇〇〇〇} & \text{〇〇〇〇〇〇} \end{array} \end{array}$$

之上而以八自乘之六十四書於初商
積之下相減無餘爰以方邊第二位積
一十一萬尺續書於下為次商廉隅之
共積以次商本位計之則一萬尺為次
商積之單位而一十一萬尺為一十一
而初商之八即為八十故以初商之八
作八十倍之得一百六十為廉法以除
一十一其數不足是次商為空位乃書
一空於方積一萬尺之上以存次商之

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{ccccccc}
 \textcircled{八} & \textcircled{〇} & \textcircled{〇} & \textcircled{七} & & & \\
 六四 & 一一 & 二〇 & 四九 & & & \\
 六四 & & & & & & \\
 \hline
 一六〇〇七 & 〇〇 & 一一 & 二〇 & 四九 & & \\
 & & 一一 & 二〇 & 四九 & & \\
 & & 〇〇 & 〇〇 & 〇〇 & &
 \end{array}
 \end{array}$$

位復以方邊第三位積二千尺續書於
 下共一十一萬二千尺為三商廉隅之
 共積以三商本位計之則空百尺為三
 商積之單位而一十一萬二千尺為一
 千一百二十尺而初商之八即為八百
 次商之空即為空十故以初商次商之
 八空作八百倍之得一千六百為廉法
 以除一千一百二十其數仍不足是三
 商之為空位乃再書一空於方積空百

$$\begin{array}{r} \text{八} \quad \text{〇} \quad \text{〇} \quad \text{七} \\ \text{四} \text{—} \text{一} \text{—} \text{二} \text{〇} \text{四} \text{九} \\ \text{六} \text{四} \text{—} \text{〇} \text{〇} \\ \text{六} \text{六} \text{—} \text{〇} \text{〇} \\ \text{一六〇〇七} \text{〇} \text{〇} \text{—} \text{一} \text{—} \text{二} \text{〇} \text{四} \text{九} \\ \text{〇} \text{〇} \text{—} \text{一} \text{—} \text{二} \text{〇} \text{四} \text{九} \\ \text{〇} \text{〇} \text{〇} \text{〇} \text{〇} \text{〇} \end{array}$$

尺之上以存三商之位復以方邊末位
積四十九尺續書於下共一十一萬二
千零四十九尺為四商廉隅之共積以
四商本位計之則積與邊皆仍為本位
乃以初商次商三商之八千倍之得一
萬六千為廉法以除一十一萬二千零
四十九足七倍即定四商為七書於方
積九尺之上而以四商七為隅法與廉
法一萬六千相加共得一萬六千零七

為廡隅共法書於餘積之左而以四商
七乘之得一十一萬二千零四十九與
餘積相減恰盡是開得八千零七尺為
方面每一邊之數也此法方積中雖有
一空位而商出之方邊却有二空位凡
開方遇此類者皆依此例推之

設如有積一萬四千九百二十八尺開方問每一邊
數幾何

法列積一萬四千九百二十八尺自末

$$\begin{array}{r} \begin{array}{r} \text{二} \\ \text{一} \end{array} \begin{array}{r} \text{二} \\ \text{四} \end{array} \begin{array}{r} \text{二} \\ \text{九} \end{array} \begin{array}{r} \text{二} \\ \text{八} \end{array} \\ \hline \begin{array}{r} \text{二} \\ \text{二} \end{array} \begin{array}{r} \text{二} \\ \text{四} \end{array} \begin{array}{r} \text{二} \\ \text{四} \end{array} \begin{array}{r} \text{二} \\ \text{四} \end{array} \\ \hline \begin{array}{r} \text{二} \\ \text{四} \end{array} \begin{array}{r} \text{二} \\ \text{四} \end{array} \begin{array}{r} \text{二} \\ \text{四} \end{array} \begin{array}{r} \text{二} \\ \text{四} \end{array} \end{array}$$

位起算每隔一位作記於八尺上定單位九百尺上定十位一萬尺上定百位其一萬尺為初商積以初商本位計之則一萬尺為初商積之單位止與一自乘之數相合即定初商為一書於方積一萬尺之上而以一自乘之一書於初商積之下相減無餘爰以方邊第二位積四千九百尺續書於下為次商庶隅之共積以次商本位計之則九百尺為

$$\begin{array}{r} \begin{array}{r} \text{二} \\ \text{一} \end{array} \begin{array}{r} \text{二} \\ \text{四} \end{array} \begin{array}{r} \text{二} \\ \text{九} \end{array} \begin{array}{r} \text{二} \\ \text{八} \end{array} \\ \hline \begin{array}{r} \text{二} \\ \text{二} \end{array} \begin{array}{r} \text{二} \\ \text{四} \end{array} \begin{array}{r} \text{二} \\ \text{四} \end{array} \begin{array}{r} \text{二} \\ \text{八} \end{array} \\ \hline \begin{array}{r} \text{二} \\ \text{四} \end{array} \begin{array}{r} \text{二} \\ \text{四} \end{array} \begin{array}{r} \text{二} \\ \text{八} \end{array} \begin{array}{r} \text{二} \\ \text{八} \end{array} \\ \hline \begin{array}{r} \text{二} \\ \text{四} \end{array} \begin{array}{r} \text{二} \\ \text{四} \end{array} \begin{array}{r} \text{二} \\ \text{八} \end{array} \begin{array}{r} \text{二} \\ \text{八} \end{array} \end{array}$$

五百二十八尺為三商廉隅之共積以
三商本位計之則積與邊皆仍為本位
乃以初商次商之一百二十俱倍之得
二百四十為廉法以除五百二十八足
二倍即定三商為二書於方積八尺之
上而以三商二為隅法與廉法二百四
十相加共得二百四十二為廉隅共法
書於餘積之左以三商二乘之得四百
八十四與三商廉隅共積相減餘四十

每一邊得甄幾何

			四	六	
		六	〇	六	
	四	三	〇	九	六
一	二	四	〇	九	六
			〇	〇	〇

法列方甄四千零九十六塊為方積於
 六塊上定單位空百塊上定十位其四
 千塊為初商積以初商本位計之則空
 百塊為初商積之單位而四千塊為四
 十與六自乘之數相準即定初商為六
 書於方積空百塊之上而以六自乘之
 三十六書於初商積之下相減餘四百
 塊爰以餘積九十六塊續書於下共四

$$\begin{array}{r} \text{四六} \quad \text{六六} \\ \text{九} \quad \text{九九} \\ \text{六〇六} \quad \text{四四〇} \\ \text{四三} \\ \hline \text{一二四} \end{array}$$

百九十六塊為次商廉隅之共積而以
初商六作六十倍之得一百二十為廉
法以除四百九十六足四倍即定次商
為四書於方積六塊之上而以次商四
為隅法與廉法一百二十相加共得一
百二十四為廉隅共法書於餘積之左
以次商四乘之得四百九十六與餘積
相減恰盡是開得六十四塊為方臺上
面每一邊之甄數也

設如有三百六十一人用船分載其每船所載人數與共船數相等問共船幾何

$$\begin{array}{r}
 \text{九} \quad \text{一} \\
 \text{六} \quad \text{六} \quad \text{〇} \\
 \text{一} \quad \text{三} \quad \text{三} \quad \text{〇} \\
 \text{二} \quad \text{九} \quad \text{三} \quad \text{〇}
 \end{array}$$

法列三百六十一人為方積於一八上
 定單位三百人上定十位其三百人為
 初商積以初商本位計之則三百為初
 商積之單位止與一自乘之數相準即
 定初商為一書於方積三百之上而以
 一自乘之一書於初商積之下相減餘
 二百爰以餘積六十一續書於下共二

$$\begin{array}{r} 九(一) \\ 六六六 \\ \hline 二九二 \\ \hline 二九二 \\ \hline 〇 \end{array}$$

百六十一為次商廉隅之共積而以初
商一作一十倍之得二十為廉法以除
二百六十一足九倍即定次商為九書
於方積一人之上而以次商九為隅法
與廉法二十相加共得二十九為廉隅
共法書於餘積之左以次商九乘之得
二百六十一與餘積相減恰盡是開得
十九為共船數而每船載十九人也

設如有銀七百八十四兩散給夫匠其每人所得銀

數與其人數相等問共人數幾何

$$\begin{array}{r}
 \text{八} \text{四} \text{〇} \\
 \text{八} \text{八} \text{〇} \\
 \hline
 \text{二} \text{七} \text{四} \text{三} \text{〇} \\
 \text{四} \text{八}
 \end{array}$$

法列七百八十四兩為方積於四兩上
 定單位七百兩上定十位其七百兩為
 初商積以初商本位計之則七百為初
 商積之單位止與二自乘之數相準即
 定初商為二書於方積七百之上而以
 二自乘之四書於初商積之下相減餘
 三百爰以餘積八十四續書於下共三
 百八十四為次商廉隅之共積而以初

$$\begin{array}{r} \text{八} \text{四} \text{四} \text{四} \\ \text{八} \text{八} \text{八} \text{八} \\ \text{二} \text{七} \text{四} \text{三} \text{三} \text{〇} \\ \hline \text{四} \text{八} \end{array}$$

商二作二十倍之得四十為廉法以除
三百八十四足八倍即定次商為八書
於方積四兩之上而以次商八為隅法
與廉法四十相加共得四十八為廉隅
共法書於餘積之左以次商八乘之得
三百八十四與餘積相減恰盡是開得
二十八為共人數而每人得銀二十八
兩也

設如用船運糧六千五百六十一石欲取一船別用

將此船米分載各船每船領去一石其本船尚餘
一石問共船幾何

$$\begin{array}{r}
 \text{一一一} \\
 \text{六六六} \\
 \hline
 \text{六六六} \\
 \text{五五五} \\
 \hline
 \text{一一一} \\
 \hline
 \text{六六六}
 \end{array}$$

法列米六千五百六十一石為方積於
一石上定單位五百石上定十位其六
千五百石為初商積以初商本位計之
則五百石為初商積之單位而六千五
百為六十五與八自乘之數相準即定
初商為八書於方積五百之上而以八
自乘之六十四書於初商積之下相減

$$\begin{array}{r} \text{二一} \quad \text{六一} \quad \text{六一} \quad \text{六一} \\ \text{〇} \quad \text{〇} \quad \text{〇} \quad \text{〇} \\ \hline \text{八五} \quad \text{六六} \quad \text{六六} \quad \text{六六} \\ \text{六四} \quad \text{一一} \quad \text{一一} \quad \text{一一} \\ \hline \text{六六} \quad \text{〇} \quad \text{〇} \quad \text{〇} \\ \hline \text{一六} \quad \text{一} \end{array}$$

餘一百爰以餘積六十一續書於下共
一百六十一為次商廉隅之共積而以
初商八作八十倍之得一百六十為廉
法以除一百六十一足一倍即定次商
為一書於方積一石之上而以次商一
為隅法與廉法一百六十相加共得一
百六十一為廉隅共法書於餘積之左
以次商一乘之仍得一百六十一與餘
積相減恰盡是開得八十一為共船數

而每船載米八十一石也此法蓋因一船所載之米分與各船每船各領一石即共去八十石故本船尚餘一石也

設如有錢一萬五千六百二十五文買瓜每瓜一個與腳錢一文因無現錢將一瓜準作腳錢問瓜數幾何

法列錢一萬五千六百二十五為方積於五文上定單位六百上定十位一萬上定百位其一萬為初商積以初商本

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{r}
 \textcircled{1} \\
 \textcircled{2} \\
 \textcircled{5}
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 \textcircled{1} \\
 \textcircled{5} \\
 \textcircled{6} \\
 \textcircled{2} \\
 \textcircled{5}
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 \textcircled{5} \\
 \textcircled{6} \\
 \textcircled{2} \\
 \textcircled{5}
 \end{array}
 \\
 \hline
 \begin{array}{r}
 \textcircled{2} \\
 \textcircled{2} \\
 \textcircled{0}
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 \textcircled{5} \\
 \textcircled{4} \\
 \textcircled{0}
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 \textcircled{5} \\
 \textcircled{4} \\
 \textcircled{0}
 \end{array}
 \\
 \hline
 \begin{array}{r}
 \textcircled{2} \\
 \textcircled{4} \\
 \textcircled{5}
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 \textcircled{1} \\
 \textcircled{2} \\
 \textcircled{2} \\
 \textcircled{5}
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 \textcircled{2} \\
 \textcircled{2} \\
 \textcircled{5} \\
 \textcircled{0}
 \end{array}
 \\
 \hline
 \begin{array}{r}
 \textcircled{0} \\
 \textcircled{0} \\
 \textcircled{0}
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 \textcircled{0} \\
 \textcircled{0} \\
 \textcircled{0}
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 \textcircled{0} \\
 \textcircled{0} \\
 \textcircled{0}
 \end{array}
 \end{array}$$

倍即定次商為二書於方積六百之上
 而以次商二為隅法與廉法二十相加
 共得二十二為廉隅共法書於餘積之
 左以次商二乘之得四十四與次商廉
 隅共積相減餘一千二百復以求位積
 二十五續書於下共一千二百二十五
 為三商廉隅之共積以三商本位計之
 則積與邊皆仍為本位乃以初商次商
 之一百二十俱倍之得二百四十為廉

$$\begin{array}{r} \text{一} \quad \text{二} \quad \text{五} \\ \text{一} \quad \text{五} \quad \text{六} \quad \text{二} \quad \text{五} \\ \text{二} \\ \text{二} \quad \text{二} \quad \text{〇} \quad \text{五} \quad \text{六} \\ \text{二} \quad \text{四} \quad \text{五} \quad \text{一} \quad \text{二} \quad \text{二} \quad \text{五} \\ \text{〇} \quad \text{〇} \quad \text{〇} \quad \text{〇} \end{array}$$

法以除一千二百二十五足五倍即定
三商為五書於方積五文之上而以三
商五為隅法與廉法二百四十相加共
得二百四十五為廉隅共法書於餘積
之左以三商五乘之得一千二百二十
五與餘積相減恰盡是開得一百二十
五為共瓜之數亦即每瓜之價也此法
因每瓜應給腳錢一文今以一瓜準之
即知一瓜之價與瓜之共數相等故以

開方法算之而得也

欽定四庫全書

卷十一

帶縱平方

帶縱平方者兩等邊直角長方面積也有積數因長比闊之較或長與闊之和而得邊故曰帶縱蓋正方之縱橫皆同故止有積即可得其邊若長方則縱橫不等知其積又必知其縱橫相差之較或縱橫相併之和始能得其邊故以長闊之較為問者則皆較為帶縱加所開之數商除之而得闊或四因積數加較自乘平方開之即長闊之和和加較半之而得長和減較半之而得闊或半較自乘加原積而開平方即

得半和加半較而得長減半較而得闊如以長闊之
和為問者則用和為帶縱減去所開之數商除之而
得闊或四因積數減和自乘平方開之即長闊之較
較減和半之而得闊較加和半之而得長或半和自
乘減原積而開平方即得半較加半和而得長減半
和而得闊夫用半較半和之法與四因積數之法同
出一理蓋四因積數加全較自乘故開方而得全和
半較自乘加原積故開方而得半和四因積數減全
和自乘故開方而得全較半和自乘減原積故開方

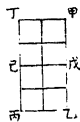
而得半較此即面與線之比例面加四倍而邊加一倍邊得其半而積為四分之一也法雖不一要之皆使歸於正方以求其和較是則雖曰帶縱仍不外乎平方之理也

設如有長方面積八尺縱多二尺問長闊各幾何

二八八〇

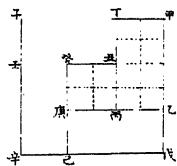
法列積如開平方方法商之積八尺止可商二尺乃以二尺書於原積八尺之上而以所商二尺加縱多二尺得四尺以所商二尺乘之得八尺書於原積之下

二〇八△△



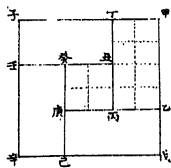
相減恰盡即知長方之闊得二尺加入縱多二尺得四尺即為長方之長也如圖甲乙丙丁長方形容積八尺其甲乙邊長四尺甲丁邊闊二尺其甲乙長比甲丁闊所多戊乙即縱多之數初商所得二尺即甲戊己丁正方之每一邊蓋因此法長闊兩邊俱止一位而積亦止一位故初商所得即為一邊而加入縱多即又一邊是以兩邊相乘而與原積

$$\begin{array}{r} 六六六〇 \\ 三三〇 \\ \hline \end{array}$$



相等也

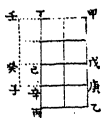
又法以積八尺用四因之得三十二尺
而以縱多二尺自乘得四尺加八四因
之數得三十六尺開方得六尺即為長
闊相和之數乃以縱多二尺與長闊之
和六尺相加得八尺折半得四尺即長
方之長減縱多二尺得二尺即長方之
闊也如圖甲乙丙丁長方形容積八尺
四因之得甲乙丙丁戊己庚乙辛壬癸



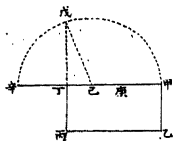
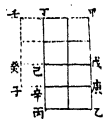
已子丁丑壬四長方形廻環相湊成一
 空心正方式再加入縱多二尺自乘之
 丑丙庚癸之一小正方形即成甲戌辛
 子之一大正方形其甲戌類每一邊即
 長闊之和故開方得長闊之和既得和
 加縱多是為倍長故折半而得長減縱
 多則為倍闊故折半而得闊或得長而
 減縱多亦得闊也

又法先將縱多二尺折半得一尺為半

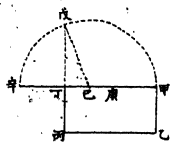
三九九〇



較自乘仍得一尺與原積八尺相加得
九尺平方開之得三尺為半和於半和
減半較得二尺為闊於半和加半較得
四尺為長如圖甲乙丙丁長方形甲乙
為長甲丁為闊戊乙為縱多之較將較
折半於庚而移庚乙丙辛置於丁巳癸
壬再加巳辛子癸半較自乘之方則成
甲庚子壬一正方形故開方而得甲庚
甲壬之邊皆為半和也於甲壬之半和



減丁壬之半較得甲丁之闊於甲庚之
 半和加庚乙之半較得甲乙之長也又
 圖甲乙丙丁長方形容積八尺將甲丁
 邊引長作丁辛與丁丙等則甲辛為長
 闊之和又如甲乙邊截甲丁於庚則庚
 丁為長闊之較甲辛和折半於巳而庚
 丁較亦折半於巳故以巳為心甲為界
 作一半圓而引丙丁邊至戊界作一戊
 丁直線戊巳輻線則甲巳戊巳辛皆



為半和而庚己巳丁皆為半較且甲丁

戊丁丁辛又為連比例之三線矣其戊

丁中率自乘之方與甲丁首率丁辛末

率相乘之長方等

見幾何原本
九卷第三節

則是戊

丁自乘之方與原設甲乙丙丁長方之

積等也又戊丁巳為勾股形其戊丁邊

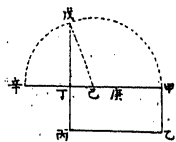
自乘之方與巳丁邊自乘之方相併而

與戊巳自乘之方等

見幾何原本
九卷第四節

故與

原設甲乙丙丁長方積等之戊丁自乘



之方加以已丁半較自乘之數開方而得戊已為半和於戊已相等之已辛半和減已丁半較而得丁辛與丁丙等之開又與戊已相等之甲已半和加已丁半較而得甲丁之長也

設如有長方面積一千二百五十四尺縱多五尺問
長闊各幾何

法列積如開平方法商之其一千二百
為初商積可商三十尺乃以三十尺書

$$\begin{array}{r}
 \text{二} \text{四} \text{〇} \text{四} \text{四} \text{〇} \\
 \text{五} \text{五} \text{〇} \text{〇} \text{〇} \text{〇} \\
 \hline
 \text{三} \text{〇} \text{二} \text{〇} \text{二} \text{二} \text{〇} \\
 \text{一} \text{一} \text{〇} \text{〇} \text{〇} \text{〇} \text{〇} \\
 \hline
 \text{〇} \text{〇} \text{〇} \text{〇} \text{〇} \text{〇}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \text{五} \text{〇} \text{〇} \\
 \text{三} \text{三} \text{〇} \text{五} \text{〇} \\
 \hline
 \text{一} \text{〇} \text{〇} \text{五} \text{〇} \\
 \text{一} \text{〇} \text{〇} \text{五} \text{〇} \\
 \hline
 \text{〇}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \text{六} \text{八} \text{三} \\
 \text{二} \text{〇} \text{四} \\
 \hline
 \text{〇}
 \end{array}$$

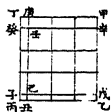
於原積二十尺之上而以初商三十尺
 加縱多五尺得三十五尺以初商三十
 尺乘之得一千零五十尺書於原積之
 下相減餘二百零四尺為次商廉隅之
 共積乃以初商三十尺倍之得六十尺
 加縱多五尺得六十五尺為廉法以除
 二百零四尺足三尺則以三尺書於原
 積四尺之上而以廉法六十五尺加隅
 法三尺得六十八尺為廉隅共法以次

$$\begin{array}{r} \text{三} \\ \text{二} \\ \text{一} \\ \hline \text{二} \\ \text{二} \\ \text{一} \\ \text{一} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{五} \\ \text{三} \\ \text{一} \\ \hline \text{五} \\ \text{五} \\ \text{一} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{六} \\ \text{八} \\ \text{二} \\ \hline \text{四} \\ \text{四} \\ \text{二} \end{array}$$

商三尺乘之得二百零四尺書於餘積之下與餘積相減恰盡即知長方之闊得三十三尺加縱多五尺得三十八尺即為長方之長也如圖甲乙丙丁長方形容積一千二百五十四尺其甲乙邊長三十八尺甲丁邊闊三十三尺其甲乙長比甲丁闊所多之甲辛即縱多之數其甲戊己庚長方形容積一千零五十尺即初商所減之積其辛壬與辛戊



俱三十尺即初商數其甲戌三十五尺
 即初商加縱多之數其戌乙丑己壬己
 子癸兩長方為兩方廉庚壬癸丁小長
 方為縱廉方廉有二縱廉止一故倍初
 商加縱多數為廉法其己丑丙子為隅
 其長闊皆與次商等故以次商為隅法
 合兩方廉一縱廉一小隅成一大長方與
 環附初商長方之兩傍成一大長方與
 平方之理無異若次商仍減積不盡則

七〇四一
五四九一
一四一〇
一四一〇
一四一〇

又為兩方廉一縱廉一小隅復成一磬
折形得三商四商以至多商皆依此法
遞析開之

又法以積一千二百五十四尺用四因
之得五千零一十六尺而以縱多五尺
自乘得二十五尺加入四因之數得五
千零四十一尺開方得七十一尺即為
長闊相和之數乃以縱多五尺與長闊
之和七十一尺相加得七十六尺折半

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{r}
 \textcircled{三} \quad \textcircled{五} \quad \textcircled{五} \\
 \textcircled{二} \quad \textcircled{六} \quad \textcircled{二} \\
 \textcircled{一} \quad \textcircled{九} \quad \textcircled{五} \\
 \hline
 \textcircled{六} \quad \textcircled{五} \quad \textcircled{〇} \\
 \textcircled{七} \quad \textcircled{〇} \quad \textcircled{五}
 \end{array}
 \end{array}$$

得三十八尺即長方之長減縱多五尺
即長方之闊也

又法先將縱多五尺折半得二尺五寸
為半較自乘得六尺二十五寸與原積
一千二百五十四尺相加得一千二百
六十尺二十五寸開方得三十五尺五
寸為半和於半和減半較得三十三尺
為闊於半和加半較得三十八尺為長
也

設如有長方面積一十八萬一千四百六十丈縱多
八大問長闊各幾何

$$\begin{array}{r} \text{二} \text{〇} \text{〇} \text{〇} \text{〇} \text{〇} \text{〇} \\ \text{六} \text{〇} \text{六} \text{六} \text{〇} \text{〇} \text{〇} \\ \hline \text{二} \text{四} \text{二} \text{五} \text{七} \text{七} \text{〇} \\ \text{一} \text{三} \text{八} \text{六} \text{二} \text{一} \text{〇} \\ \hline \text{四} \text{八} \text{六} \text{二} \text{一} \text{〇} \\ \text{一} \text{一} \text{〇} \end{array}$$

法列積如開平方法商之其一十八萬
丈為初商積可商四百丈乃以四百丈
書於原積八萬丈之上而以初商四百
丈加縱多八大得四百零八丈以初商
四百丈乘之得一十六萬三千二百丈
書於原積之下相減餘一萬八千二百
六十丈為次商廉隅之共積乃以初商

$$\begin{array}{r}
 \text{八} \quad \text{〇} \quad \text{〇} \\
 \text{〇} \quad \text{〇} \quad \text{〇} \\
 \text{四} \quad \text{〇} \quad \text{〇} \\
 \hline
 \text{二} \quad \text{〇} \quad \text{〇} \\
 \text{〇} \quad \text{〇} \quad \text{〇} \\
 \hline
 \text{二} \quad \text{〇} \quad \text{〇} \\
 \text{一} \quad \text{六} \quad \text{六}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \text{八} \quad \text{〇} \quad \text{〇} \\
 \text{〇} \quad \text{〇} \quad \text{〇} \\
 \text{二} \quad \text{〇} \quad \text{〇} \\
 \hline
 \text{六} \quad \text{六} \quad \text{六} \\
 \text{一} \quad \text{六} \quad \text{六}
 \end{array}$$

四百丈倍之得八百丈加縱多八丈得
 八百零八丈為廡法以除一萬八千二
 百六十丈足二十丈則以二十丈書於
 原積四百丈之上而以廡法八百零八
 丈加隅法二十丈得八百二十八丈為
 廉隅共法以次商二十丈乘之得一萬
 六千五百六十丈書於餘積之下與餘
 積相減餘一千七百丈為三商廉隅之
 共積乃以初商次商之二百四十丈俱

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{r}
 \text{四} \\
 \text{一} \\
 \text{一} \\
 \text{八} \\
 \text{六} \\
 \text{〇}
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 \text{二} \\
 \text{一} \\
 \text{四} \\
 \text{一} \\
 \text{六} \\
 \text{〇}
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 \text{六} \\
 \text{一} \\
 \text{七} \\
 \text{六} \\
 \text{〇} \\
 \text{〇}
 \end{array}
 \\
 \hline
 \begin{array}{r}
 \text{八} \\
 \text{二} \\
 \text{〇}
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 \text{四} \\
 \text{一} \\
 \text{六} \\
 \text{〇}
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 \text{五} \\
 \text{〇} \\
 \text{七} \\
 \text{六} \\
 \text{〇} \\
 \text{〇}
 \end{array}
 \\
 \hline
 \begin{array}{r}
 \text{八} \\
 \text{四} \\
 \text{六}
 \end{array}
 \end{array}$$

又法以縱多八丈折半得四丈為半較
 自乘得十六丈與原積一十八萬一千
 四百六十丈相加得一十八萬一千四
 百七十六丈開方得四百二十六丈為
 半和於半和減半較得四百二十二丈
 為關於半和加半較得四百三十丈為
 長也

設如有長方面積四萬五千二百九十六尺縱多一
 百四十六尺問長闊各幾何

二	六	〇	六	〇	六	〇
九	〇	九	〇	九	九	〇
五	二	六	六	八	八	〇
五	四	〇	九	〇		
一	四	三	二	二	〇	

二	〇	〇	六	〇	
二	〇	〇	六	〇	
〇	四	〇	六	〇	
二	〇	〇	六	〇	
二	〇	〇	六	〇	

法列積如開平方法商之其四萬尺為
初商積可商二百尺加縱多一百四十
六尺得三百四十六尺以所商二百尺
乘之得六萬九千二百尺大於原積是
初商不可商二百尺也乃改商一百尺
書於原積四萬尺之上而以所商一百
尺加縱多一百四十六尺得二百四十
六尺以初商一百尺乘之得二萬四千
六百尺書於原積之下相減餘二萬零

$$\begin{array}{r}
 \textcircled{二} \textcircled{六} \textcircled{〇} \textcircled{六} \textcircled{〇} \textcircled{六} \textcircled{六} \textcircled{〇} \\
 \textcircled{九} \textcircled{〇} \textcircled{九} \textcircled{〇} \textcircled{九} \textcircled{九} \textcircled{〇} \\
 \textcircled{五} \textcircled{二} \textcircled{六} \textcircled{八} \textcircled{八} \textcircled{八} \textcircled{〇} \\
 \textcircled{五} \textcircled{四} \textcircled{〇} \textcircled{九} \textcircled{〇} \\
 \textcircled{一} \textcircled{四} \textcircled{二} \textcircled{二} \textcircled{一} \textcircled{〇}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \textcircled{六} \textcircled{〇} \textcircled{〇} \\
 \textcircled{九} \textcircled{五} \textcircled{〇} \\
 \textcircled{三} \textcircled{〇} \textcircled{〇} \\
 \hline
 \textcircled{〇} \textcircled{八} \textcircled{〇} \textcircled{〇} \\
 \textcircled{一} \textcircled{九} \textcircled{八} \textcircled{〇} \textcircled{〇}
 \end{array}$$

六百九十六尺為次商廉隅之共積乃
 以初商一百尺倍之得二百尺加縱多
 一百四十六尺得三百四十六尺為廉
 法以除二萬零六百九十六尺足五十
 尺則以五十尺書於原積二百尺之上
 而以廉法三百四十六尺加隅法五十
 尺得三百九十六尺為廉隅共法以次
 商五十尺乘之得一萬九千八百尺書
 於餘積之下與餘積相減餘八百九十

二六〇六〇六六
九〇九〇九九〇
五二六六八八八
五四〇九〇
〇四二二一

八二六
四四九
四八九

六尺為三商廉隅之共積乃以初商次商之一百五十尺倍之得三百尺加縱多一百四十六尺得四百四十六尺為廉法以除八百九十六尺足二尺則以二尺書於原積六尺之上而以廉法四百四十六尺加隅法二尺得四百四十八尺為廉隅共法以三商二尺乘之得八百九十六尺書於餘積之下與餘積相減恰盡即知長方之闊得一百五十

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{r}
 \text{五} \\
 \text{二} \\
 \text{五} \\
 \hline
 \text{二} \\
 \text{六} \\
 \text{五} \\
 \hline
 \text{五} \\
 \text{四} \\
 \text{一} \\
 \hline
 \text{四} \\
 \text{二}
 \end{array}
 \end{array}$$

二尺加縱多一百四十六尺得二百九十八尺即為長方之長也此法原積初商應得二百尺因加縱多相乘得數大於原積故改商一百尺始合凡開帶縱方遇此類者皆依此例推之

又法加縱多一百四十六尺折半得七十三尺為半較自乘得五千三百二十九尺與原積四萬五千二百九十六尺相加得五萬零六百二十五尺開方得

二百二十五尺為半和於半和減半較
得一百五十二尺為關於半和加半較
得二百九十八尺為長也

設如有長方面積一萬六千一百二十八尺縱多七
十二尺問長闊各幾何

$$\begin{array}{r} \text{六} \text{八} \text{〇} \text{八} \text{八} \text{〇} \\ \text{二} \text{八} \text{四} \text{四} \text{〇} \\ \hline \text{九} \text{一} \text{五} \text{五} \text{五} \text{〇} \\ \text{六} \text{四} \text{一} \text{二} \text{〇} \\ \hline \text{一一} \text{〇} \end{array}$$

法列積如開平方法商之其一萬為初
商積可商一百尺加縱多七十二尺得
一百七十二尺以初商一百尺乘之得
一萬七千二百尺大於原積是初商不

一	六	二
〇	九	〇
〇	〇	〇
五	八	〇
四	五	八
一	四	五

可商一百尺也乃改商九十尺書於原
 積一百尺之上而以所商九十尺加縱
 多七十二尺得一百六十二尺以所商
 九十尺乘之得一萬四千五百八十尺
 書於原積之下相減餘一千五百四十
 八尺為次商廉隅之共積乃以初商九
 十尺倍之得一百八十尺加縱多七十
 二尺得二百五十二尺為廉法以除一
 千五百四十八尺足六尺則以六尺書

$$\begin{array}{r} \text{六八} \cdot \text{八八} \\ \text{二八} \cdot \text{四四} \\ \hline \text{九一} \cdot \text{五五} \\ \text{六四} \cdot \text{一一} \\ \hline \text{一一} \cdot \text{〇〇} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{八六} \cdot \text{八} \\ \text{二五} \cdot \text{四} \\ \hline \text{一五} \cdot \text{四} \end{array}$$

於原積八尺之上而以廉法二百五十
二尺加隅法六尺得二百五十八尺為
廉隅共法以次商六尺乘之得一千五
百四十八尺書於餘積之下與餘積相
減恰盡即知長方之闊為九十六尺加
縱多七十二尺得一百六十八尺即長
方之長也此法原積初商應得一百尺
因加縱多相乘得數大於原積故改商
九十尺而原積一萬尺之上應開百位

者空其位而不計也或縱多太大過於
初商所得之數則用四因積數之法或
用縱多折半之法設例在後

設如有長方面積三萬四千五百六十九尺縱多三
千八百三十二尺問長闊各幾何

法列積如開平方法商之其三萬尺為
初商積應商一百尺而縱多數為三千
轉大如初商數凡遇此類則用四因積
數加較自乘開方法之或用半較自乘

一	九	二	五
三	七	〇	五
二	九	〇	五
三	八	二	〇
三	八	四	五
〇	〇	〇	〇

加於原積開方之法為明白簡易也故以縱多三千八百三十二尺折半得一千九百一十六尺為半較自乘得三百六十七萬一千零五十六尺與原積三萬四千五百六十九尺相加得三百七十萬五千六百二十五尺開方得一千九百二十五尺為半和於半和減半較得九尺為闊於半和加半較得三千八百四十一尺為長也

設如有月臺一座共用方輒一千九百二十塊其長
比闊多八塊問長闊兩面各用輒幾何

$$\begin{array}{r}
 \text{四} \text{六} \text{六} \text{〇} \\
 \text{三} \text{三} \text{三} \text{〇} \\
 \text{四} \text{九} \text{六} \text{三} \text{三} \text{〇} \\
 \text{一} \text{一} \text{〇} \\
 \hline
 \text{八} \text{四} \text{〇}
 \end{array}$$

法以長比闊多八塊折半得四塊為半
較自乘得十六塊與積數一千九百二
十塊相加得一千九百三十六塊開方
得四十四塊為半和於半和四十四塊
減半較得四十塊為闊面輒數於半和
加半較得四十八塊為長面輒數也

設如有銀三百六十兩賞人其人數比每人所得銀

數為五分之二問人數及每人所得銀數各幾何

一率 五分

二率 二分

三率 三百六十

四率 一百四十四

二〇四 四四〇
四四〇 四四〇
二二〇 二二〇

法先用比例分其總銀數以五分為一
率二分為二率三百六十兩為三率得
四率一百四十四兩開方得十二為人
數以人數除共銀數三百六十兩得三
十兩為每人所得之銀數也此法以人
數為闊其每人所得銀數為長成一長
方形人數既居銀數之五分之二是闊
為二分長為五分也今將其共銀分作

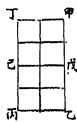
五分而取其二分即人數與所得銀數相等而成正方形矣故開方而得人數也

設如有長方面積八尺長闊相和六尺問長闊各幾何

三八〇

四三八

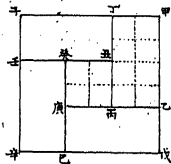
法列積如開平方法商之積八尺止可商二尺乃以二尺書於原積八尺之上而以所商二尺與和數六尺相減餘四尺以所商二尺乘之得八尺書於原積



之下相減恰盡即知長方之闊得二尺
與和六尺相減得四尺即為長方之長
也如圖甲乙丙丁長方形容積八尺其
甲乙邊長四尺甲丁邊闊二尺其甲丁
與甲乙相併得六尺即長闊之和初商
所得二尺即甲戊己丁正方之每一邊
蓋兩邊俱止一位故以初商所得為一
邊於長闊和內減去初商所餘即又一
邊是以兩邊相乘而與原積相等也此

法比較數為問者在加減之異其以較數為問者以所商之數與較數相加此以和數為問者則以所商之數與和數相減也

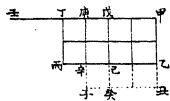
又法以積八尺用四因之得三十二尺而以和數六尺自乘得三十六尺減去四因之數餘四尺開方得二尺即為長闊相較之數乃以較數二尺與和數六尺相加得八尺折半得四尺即長方之



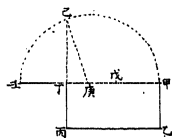
長減較二尺得二尺即長方之闊也如
圖甲乙丙丁長方形容積八尺四因之
得甲乙丙丁戊己庚乙辛壬癸己子丁
丑壬四長方形廻環相湊成一空心正
方式較之和數六尺自乘之甲戌辛子
正方形所少者止正中之一小正方形
故相減即餘丑丙庚癸之一小正方形
其丑丙類每一邊即長闊之較故開方
得長闊之較既得較加於和數是為倍

長故折半而得長長減較而得闊也此
法比較數為問者亦在加減之異其以
較為問者用較自乘與四因數相加開
方而得和此以和為問者用和自乘與
四因數相減開方而得較也

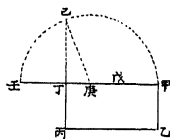
又法先將和數六尺折半得三尺為半
和自乘得九尺與原積八尺相減得一
尺平方開之仍得一尺為半較於半和
減半較得二尺為闊於半和加半較得



四尺為長如圖甲乙丙丁長方形甲乙
為闊甲丁為長甲壬為長闊和丁壬與
丁丙闊
等折半為甲庚半和將甲乙丙丁長方
內之庚辛丙丁移於乙丑癸巳則成甲
丑癸巳辛庚一磬折形與甲庚半和自
乘之甲丑子庚正方形相減餘巳癸子
辛一小正方形即半較自乘之方故開
方而得半較也故甲丑之半和減乙丑
之半較得甲乙之闊於甲庚之半和加



庚丁之半較得甲丁之長也又圖甲乙
 丙丁長方形容積八尺甲壬為長闊之
 和甲庚已庚庚壬皆半和甲丁長減等
 甲乙闊之甲戊餘戊丁為長闊之較其
 庚丁則為半較而甲丁已丁丁壬又為
 連比例之三線故已丁中率自乘之方
 與甲丁首率丁壬末率相乘之長方等
見幾何原本
九卷第三節則是已丁自乘之方與原
 設甲乙丙丁長方之積等也又已庚丁



為勾股形其已丁邊自乘之方與丁庚
邊自乘之方相併而與已庚自乘之方
等見幾何原本
九卷第四節故於已庚半和自乘方
內減去與原設甲乙丙丁長方積相等
之已丁自乘之數開方而得庚丁為半
較於已庚相等之庚壬半和內減庚丁
半較而得丁壬與丁丙等之闊又於已
庚相等之甲庚半和加庚丁半較而得
甲丁之長也

設如有長方面積八百六十四尺長闊相和六十尺

問長闊各幾何

$$\begin{array}{r} \text{四} \text{四} \text{〇} \text{四} \text{〇} \\ \text{六} \text{〇} \text{六} \text{六} \text{〇} \\ \hline \text{二} \text{〇} \text{八} \text{八} \text{〇} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{四} \text{〇} \text{〇} \\ \text{二} \text{〇} \text{〇} \\ \hline \text{八} \text{〇} \text{〇} \end{array}$$

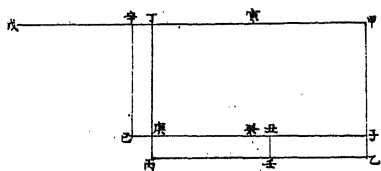
$$\begin{array}{r} \text{六} \text{四} \\ \text{一} \text{六} \\ \hline \text{六} \end{array}$$

法列積如開平方法商之其八百尺為
初商積可商二十尺乃以二十尺書於
原積八百尺之上而以初商二十尺與
和數六十尺相減得四十尺以初商二
十尺乘之得八百尺書於原積之下相
減餘六十四尺為次商廉隅之共積乃
以初商二十尺倍之得四十尺與和數

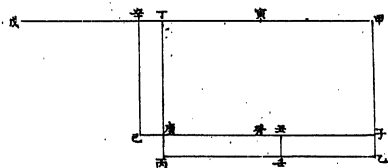
$$\begin{array}{r} (四)四〇四四〇 \\ 六〇六六〇 \\ \hline 二〇八八〇 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 六四四 \\ 一六六 \\ \hline \end{array}$$

六十尺相減餘二十尺為廉法以除六十四尺足三尺因廉法內尚要減去商數為法故取大數為四尺則以四尺書於原積四尺之上而以廉法二十尺與次商四尺相減得十六尺以次商四尺乘之得六十四尺書於餘積之下與餘積相減恰盡即知長方之闊得二十四尺與和六十尺相減餘三十六尺即為長方之長也如圖甲乙丙丁長方形容



積八百六十四尺其甲乙邊闊二十四尺甲丁邊長三十六尺甲戊為長闊和六十尺其丁戊與甲乙等甲子二十尺為初商數與辛戊等甲辛四十尺則和內減去初商之數兩數相乘成甲子已辛長方形即初商所減之積也丁戊既與甲乙等辛戊又與甲子等則丁辛與子乙等丁庚已辛小長方積與庚丑壬丙長方積等是則次商廉隅之共積即



子乙壬丑之積也次於甲戌和內減倍
初商數四十尺如寅戌餘甲寅二十尺
與子癸等為廉法子乙者為次商數也
子乙與丑癸等則於子癸廉法內減丑
癸餘子丑與次商子乙相乘得子乙壬
丑小長方即次商所減之積故減原積
恰盡也以初商甲子二十尺合次商子
乙四尺得甲乙二十四尺為關於甲戌
長闊和六十尺內減與甲乙相等之丁

$$\begin{array}{r}
 \text{二四} \quad \text{四四} \\
 \text{四} \quad \text{四四} \\
 \hline
 \text{二二} \quad \text{二二}
 \end{array}$$

戊開二十四尺得甲丁三十六尺為長也三商以後皆倣此遞折開之

又法以積八百六十四尺用四因之得三千四百五十六尺而以和六十尺自乘得三千六百尺減去四因之數餘一百四十四尺開方得一十二尺即為長闊之較乃以較十二尺與和六十尺相加得七十二尺折半得三十六尺即長方之長減較十二尺得二十四尺即長

方之闊也

$$\begin{array}{r} \textcircled{六} \textcircled{六} \textcircled{六} \textcircled{〇} \\ \hline \textcircled{三} \textcircled{三} \textcircled{〇} \end{array}$$

又法先將和數六十尺折半得三十尺
為半和自乘得九百尺與原積八百六
十四尺相減得三十六尺開方得六尺
為半較於半和減半較得二十四尺為
闊於半和加半較得三十六尺為長也
設如有長方面積一萬九千三百一十二尺長闊相
和二百七十八尺問長闊各幾何

法列積如開平方法商之其一萬尺為

$$\begin{array}{r}
 \text{六} \text{二} \text{〇} \text{二} \text{〇} \text{二} \text{〇} \\
 \text{一} \text{〇} \text{一} \text{四} \text{七} \text{七} \text{〇} \\
 \hline
 \text{三} \text{〇} \text{三} \text{八} \text{五} \text{四} \text{〇} \\
 \text{九} \text{七} \text{二} \text{一} \text{〇} \\
 \hline
 \text{一} \text{〇} \text{二} \text{二} \text{〇}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \text{八} \text{〇} \text{〇} \\
 \text{七} \text{〇} \text{〇} \text{〇} \\
 \text{一} \text{一} \text{〇} \text{〇} \text{〇} \text{〇} \\
 \hline
 \text{〇} \text{七} \text{八} \text{〇} \\
 \text{一} \text{七} \text{八} \text{〇}
 \end{array}$$

初商積可商一百尺乃以一百尺書於
 原積一萬尺之上而以初商一百尺與
 和數二百七十八尺相減得一百七十
 八尺以初商一百尺乘之得一萬七千
 八百尺書於原積之下相減餘一千五
 百一十二尺為次商廉隅之共積乃以
 初商一百尺倍之得二百尺與和數相
 減得七十八尺為廉法以除一千五百
 一十二尺止足一十尺因廉法內尚要

$$\begin{array}{r} 六二〇二〇二二〇 \\ 一〇一四七七〇 \\ \hline 三三八五四〇 \\ 九七一〇 \\ \hline 二二一〇 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 八〇〇 \\ 四三〇四〇 \\ \hline 四四四〇 \\ 一四四〇 \\ \hline 二二〇 \end{array}$$

減去商數為法故取大數為三十尺則以三十尺書於原積三百尺之上而以廉法七十八尺與次商三十尺相減得四十八尺以次商三十尺乘之得一千四百四十尺書與餘積之下與餘積相減餘七十二尺為三商廉隅之共積乃以初商次商之一百三十尺倍之得二百六十尺與和數二百七十八尺相減餘十八尺為廉法以除七十二尺止足

$$\begin{array}{r} 620.220 \\ 101.477 \\ \hline 721.697 \\ 385.400 \\ \hline 1107.097 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 126 \\ 72 \end{array}$$

四尺亦因取大於足除之數故定為六尺則以六尺書於原積二尺之上而以廉法十八尺與三商六尺相減得十二尺以三商六尺乘之得七十二尺書於餘積之下與餘積相減恰盡即知長方之闊得一百三十六尺與和二百七十八尺相減餘一百四十二尺即為長方之長也此法次商三商皆取大於足除之數反覆商除始能相符不若四因積

六六六
三三〇

數減和自乘開方之法或半和自乘減
原積開方之法為整齊也法以一萬九
千三百一十二尺用四因之得七萬七
千二百四十八尺而以和二百七十八
尺自乘得七萬七千二百八十四尺減
去四因之數餘三十六尺開方得六尺
即為長闊之較乃以較六尺與和二百
七十八尺相加得二百八十四尺折半
得一百四十二尺即長方之長減較六

尺得一百三十六尺即長方之闊也

設如有長方面積六萬九千三百六十尺長闊相和
七百八十二尺問長闊各幾何

$$\begin{array}{r} \text{二} \text{〇} \text{〇} \text{〇} \text{〇} \text{〇} \\ \hline \text{六} \text{〇} \text{六} \text{六} \text{〇} \\ \hline \text{〇} \text{三} \text{三} \text{二} \text{一} \text{〇} \\ \hline \text{九} \text{八} \text{二} \text{一} \text{〇} \\ \hline \text{〇} \text{六} \text{六} \text{〇} \end{array}$$

法列積如開平方法商之其六萬為初
商積可除二百尺而以二百尺與和數
七百八十二尺相減得五百八十二尺
以初商二百尺乘之得十一萬六千四
百尺大於積數乃改商一百尺書於原
積六萬尺之上而以所商一百尺與和

$$\begin{array}{r} \textcircled{1} \quad \textcircled{9} \quad \textcircled{3} \quad \textcircled{6} \quad \textcircled{0} \quad \textcircled{0} \\ \textcircled{6} \quad \textcircled{9} \quad \textcircled{3} \quad \textcircled{6} \quad \textcircled{0} \quad \textcircled{0} \\ \hline \textcircled{1} \quad \textcircled{1} \quad \textcircled{1} \quad \textcircled{6} \quad \textcircled{0} \quad \textcircled{0} \\ \textcircled{6} \quad \textcircled{9} \quad \textcircled{3} \quad \textcircled{6} \quad \textcircled{0} \quad \textcircled{0} \\ \hline \textcircled{0} \quad \textcircled{0} \quad \textcircled{0} \quad \textcircled{0} \quad \textcircled{0} \quad \textcircled{0} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \textcircled{6} \quad \textcircled{9} \quad \textcircled{3} \quad \textcircled{6} \quad \textcircled{0} \quad \textcircled{0} \\ \textcircled{6} \quad \textcircled{9} \quad \textcircled{3} \quad \textcircled{6} \quad \textcircled{0} \quad \textcircled{0} \\ \hline \textcircled{0} \quad \textcircled{0} \quad \textcircled{0} \quad \textcircled{0} \quad \textcircled{0} \quad \textcircled{0} \\ \textcircled{6} \quad \textcircled{9} \quad \textcircled{3} \quad \textcircled{6} \quad \textcircled{0} \quad \textcircled{0} \\ \hline \textcircled{6} \quad \textcircled{9} \quad \textcircled{3} \quad \textcircled{6} \quad \textcircled{0} \quad \textcircled{0} \end{array}$$

數七百八十二尺相減得六百八十二尺以初商一百尺乘之得六萬八千二百尺書於原積之下相減餘一千一百六十尺為次商廉隅之共積乃以初商一百尺倍之得二百尺與和數七百八十二尺相減得五百八十二尺為廉法以除一千一百六十尺止足二尺爰書空位於原積三百尺之上而以二尺書於原積空尺之上而以廉法五百八十

$$\begin{array}{r}
 110000 \\
 60660 \\
 \hline
 33110 \\
 98110 \\
 \hline
 2660
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 580 \\
 1160 \\
 \hline
 1160
 \end{array}$$

二尺與三商二尺相減得五百八十尺
 以三商二尺乘之得一千一百六十尺
 書於原積之下與餘積相減恰盡即知
 長方之闊得一百零二尺與和七百八
 十二尺相減餘六百八十尺即為長方
 之長也此法初商應商二百尺因減縱
 相乘得數轉大於原積故改商一百尺
 凡遇此類不若用四因積數之法與半
 和自乘之法算之法以和數七百八十

二 八 九
 八 三 五 二 一
 四
 四 八 — 四 三 五
 三 八 四
 五 六 九 — 〇 五 一 二 一
 五 一 二 一
 〇 〇 〇 〇

及價各幾何

$$\begin{array}{r} \text{五} \quad \text{五} \\ \text{二} \quad \text{八} \quad \text{〇} \quad \text{九} \\ \text{二} \quad \text{五} \\ \hline \text{一} \quad \text{〇} \quad \text{三} \quad \text{〇} \quad \text{三} \quad \text{〇} \quad \text{九} \\ \quad \quad \quad \text{三} \quad \text{〇} \quad \text{九} \\ \quad \quad \quad \hline \quad \quad \quad \text{〇} \quad \text{〇} \quad \text{〇} \end{array}$$

法以共數一百七十四折半得八十七
為半和自乘得七千五百六十九與共
錢四千七百六十文相減餘二千八百
零九開方得五十三為半較於半和減
半較餘三十四為樹數於半和加半較
得一百四十為樹價也此法以樹數為
闊樹價為長成一長方形其樹數與樹
價相加即如長闊之和故以半和自乘

減積開方得半較既得半較以減半和為樹數加半和為樹價也

設如有法書一卷共一千一百五十九字其行數與每行字數相加共八十問行數及字數各幾何

$$\begin{array}{r} 111 \\ 111 \\ \hline 222 \\ 444 \\ \hline 666 \\ 888 \\ \hline 1111 \\ 1111 \\ \hline 2222 \\ 2222 \\ \hline 4444 \\ 4444 \\ \hline 8888 \\ 8888 \\ \hline 16776 \\ 16776 \\ \hline 33552 \\ 33552 \\ \hline 67104 \\ 67104 \\ \hline 134208 \\ 134208 \\ \hline 268416 \\ 268416 \\ \hline 536832 \\ 536832 \\ \hline 1073664 \\ 1073664 \\ \hline 2147328 \\ 2147328 \\ \hline 4294656 \\ 4294656 \\ \hline 8589312 \\ 8589312 \\ \hline 17178624 \\ 17178624 \\ \hline 34357248 \\ 34357248 \\ \hline 68714496 \\ 68714496 \\ \hline 137428992 \\ 137428992 \\ \hline 274857984 \\ 274857984 \\ \hline 549715968 \\ 549715968 \\ \hline 1099431936 \\ 1099431936 \\ \hline 2198863872 \\ 2198863872 \\ \hline 4397727744 \\ 4397727744 \\ \hline 8795455488 \\ 8795455488 \\ \hline 17590910976 \\ 17590910976 \\ \hline 35181821952 \\ 35181821952 \\ \hline 70363643904 \\ 70363643904 \\ \hline 140727287808 \\ 140727287808 \\ \hline 281454575616 \\ 281454575616 \\ \hline 562909151232 \\ 562909151232 \\ \hline 1125818302464 \\ 1125818302464 \\ \hline 2251636604928 \\ 2251636604928 \\ \hline 4503273209856 \\ 4503273209856 \\ \hline 9006546419712 \\ 9006546419712 \\ \hline 18013092839424 \\ 18013092839424 \\ \hline 36026185678848 \\ 36026185678848 \\ \hline 72052371357696 \\ 72052371357696 \\ \hline 144104742715392 \\ 144104742715392 \\ \hline 288209485430784 \\ 288209485430784 \\ \hline 576418970861568 \\ 576418970861568 \\ \hline 1152837941723136 \\ 1152837941723136 \\ \hline 2305675883446272 \\ 2305675883446272 \\ \hline 4611351766892544 \\ 4611351766892544 \\ \hline 9222703533785088 \\ 9222703533785088 \\ \hline 18445407067570176 \\ 18445407067570176 \\ \hline 36890814135140352 \\ 36890814135140352 \\ \hline 73781628270280704 \\ 73781628270280704 \\ \hline 147563256540561408 \\ 147563256540561408 \\ \hline 295126513081122816 \\ 295126513081122816 \\ \hline 590253026162245632 \\ 590253026162245632 \\ \hline 1180506052324491264 \\ 1180506052324491264 \\ \hline 2361012104648982528 \\ 2361012104648982528 \\ \hline 4722024209297965056 \\ 4722024209297965056 \\ \hline 9444048418595930112 \\ 9444048418595930112 \\ \hline 18888096837191860224 \\ 18888096837191860224 \\ \hline 37776193674383720448 \\ 37776193674383720448 \\ \hline 75552387348767440896 \\ 75552387348767440896 \\ \hline 151104774697534881792 \\ 151104774697534881792 \\ \hline 302209549395069763584 \\ 302209549395069763584 \\ \hline 604419098790139527168 \\ 604419098790139527168 \\ \hline 1208838197580279054336 \\ 1208838197580279054336 \\ \hline 2417676395160558108672 \\ 2417676395160558108672 \\ \hline 4835352790321116217344 \\ 4835352790321116217344 \\ \hline 9670705580642232434688 \\ 9670705580642232434688 \\ \hline 19341411161284464869376 \\ 19341411161284464869376 \\ \hline 38682822322568929738752 \\ 38682822322568929738752 \\ \hline 77365644645137859477504 \\ 77365644645137859477504 \\ \hline 154731289290275718955008 \\ 154731289290275718955008 \\ \hline 309462578580551437910016 \\ 309462578580551437910016 \\ \hline 618925157161102875820032 \\ 618925157161102875820032 \\ \hline 1237850314322205751640064 \\ 1237850314322205751640064 \\ \hline 2475700628644411503280128 \\ 2475700628644411503280128 \\ \hline 4951401257288823006560256 \\ 4951401257288823006560256 \\ \hline 9902802514577646013120512 \\ 9902802514577646013120512 \\ \hline 19805605029155292026241024 \\ 19805605029155292026241024 \\ \hline 39611210058310584052482048 \\ 39611210058310584052482048 \\ \hline 79222420116621168104964096 \\ 79222420116621168104964096 \\ \hline 158444840233242336209928192 \\ 158444840233242336209928192 \\ \hline 316889680466484672419856384 \\ 316889680466484672419856384 \\ \hline 633779360932969344839712768 \\ 633779360932969344839712768 \\ \hline 1267558721865938689679425536 \\ 1267558721865938689679425536 \\ \hline 2535117443731877379358851072 \\ 2535117443731877379358851072 \\ \hline 5070234887463754758717702144 \\ 5070234887463754758717702144 \\ \hline 10140469774927509517435404288 \\ 10140469774927509517435404288 \\ \hline 20280939549855019034870808576 \\ 20280939549855019034870808576 \\ \hline 40561879099710038069741617152 \\ 40561879099710038069741617152 \\ \hline 81123758199420076139483234304 \\ 81123758199420076139483234304 \\ \hline 162247516398840152278966468608 \\ 162247516398840152278966468608 \\ \hline 324495032797680304557932937216 \\ 324495032797680304557932937216 \\ \hline 648990065595360609115865874432 \\ 648990065595360609115865874432 \\ \hline 1297980131190721218231731748864 \\ 1297980131190721218231731748864 \\ \hline 2595960262381442436463463497728 \\ 2595960262381442436463463497728 \\ \hline 5191920524762884872926926995456 \\ 5191920524762884872926926995456 \\ \hline 10383841049525769745853853990912 \\ 10383841049525769745853853990912 \\ \hline 20767682099051539491707707981824 \\ 20767682099051539491707707981824 \\ \hline 41535364198103078983415415963648 \\ 41535364198103078983415415963648 \\ \hline 83070728396206157966830831927296 \\ 83070728396206157966830831927296 \\ \hline 166141456792412315933661663854592 \\ 166141456792412315933661663854592 \\ \hline 332282913584824631867323327709184 \\ 332282913584824631867323327709184 \\ \hline 664565827169649263734646655418368 \\ 664565827169649263734646655418368 \\ \hline 1329131654339298527469293310836736 \\ 1329131654339298527469293310836736 \\ \hline 2658263308678597054938586621673472 \\ 2658263308678597054938586621673472 \\ \hline 5316526617357194109877173243346944 \\ 5316526617357194109877173243346944 \\ \hline 10633053234714388219754346486693888 \\ 10633053234714388219754346486693888 \\ \hline 21266106469428776439508692973387776 \\ 21266106469428776439508692973387776 \\ \hline 42532212938857552879017385946775552 \\ 42532212938857552879017385946775552 \\ \hline 85064425877715105758034771893551104 \\ 85064425877715105758034771893551104 \\ \hline 170128851755430211516069543787102208 \\ 170128851755430211516069543787102208 \\ \hline 340257703510860423032139087574204416 \\ 340257703510860423032139087574204416 \\ \hline 680515407021720846064278175148408832 \\ 680515407021720846064278175148408832 \\ \hline 1361030814043441692128556350296817664 \\ 1361030814043441692128556350296817664 \\ \hline 2722061628086883384257112700593635328 \\ 2722061628086883384257112700593635328 \\ \hline 5444123256173766768514225401187270656 \\ 5444123256173766768514225401187270656 \\ \hline 10888246512347533537028450802374541312 \\ 10888246512347533537028450802374541312 \\ \hline 21776493024695067074056901604749082624 \\ 21776493024695067074056901604749082624 \\ \hline 43552986049390134148113803209498165248 \\ 43552986049390134148113803209498165248 \\ \hline 87105972098780268296227606418996330496 \\ 87105972098780268296227606418996330496 \\ \hline 174211944197560536592455212837992660992 \\ 174211944197560536592455212837992660992 \\ \hline 348423888395121073184910425675985321984 \\ 348423888395121073184910425675985321984 \\ \hline 696847776790242146369820851351970643968 \\ 696847776790242146369820851351970643968 \\ \hline 1393695553580484292739641702703941287936 \\ 1393695553580484292739641702703941287936 \\ \hline 2787391107160968585479283405407882575872 \\ 2787391107160968585479283405407882575872 \\ \hline 5574782214321937170958566810815765151744 \\ 5574782214321937170958566810815765151744 \\ \hline 11149564428643874341917133621631530303488 \\ 11149564428643874341917133621631530303488 \\ \hline 22299128857287748683834267243263060606976 \\ 22299128857287748683834267243263060606976 \\ \hline 44598257714575497367668534486526121213952 \\ 44598257714575497367668534486526121213952 \\ \hline 89196515429150994735337068973052242427904 \\ 89196515429150994735337068973052242427904 \\ \hline 178393030858301989470674137946104484855808 \\ 178393030858301989470674137946104484855808 \\ \hline 356786061716603978941348275892208969711616 \\ 356786061716603978941348275892208969711616 \\ \hline 713572123433207957882696551784417939423232 \\ 713572123433207957882696551784417939423232 \\ \hline 1427144246866415915765393103568835878846464 \\ 1427144246866415915765393103568835878846464 \\ \hline 2854288493732831831530786207137671757692928 \\ 2854288493732831831530786207137671757692928 \\ \hline 5708576987465663663061572414275343515385856 \\ 5708576987465663663061572414275343515385856 \\ \hline 11417153974931327326123144828550687030771712 \\ 11417153974931327326123144828550687030771712 \\ \hline 22834307949862654652246289657101374061543424 \\ 22834307949862654652246289657101374061543424 \\ \hline 45668615899725309304492579314202748123086848 \\ 45668615899725309304492579314202748123086848 \\ \hline 91337231799450618608985158628405496246173696 \\ 91337231799450618608985158628405496246173696 \\ \hline 182674463598901237217970317256810992492347392 \\ 182674463598901237217970317256810992492347392 \\ \hline 365348927197802474435940634513621984984694784 \\ 365348927197802474435940634513621984984694784 \\ \hline 730697854395604948871881269027243969969389568 \\ 730697854395604948871881269027243969969389568 \\ \hline 1461395708791209897743762538054487939938779136 \\ 1461395708791209897743762538054487939938779136 \\ \hline 2922791417582419795487525076108975879877558272 \\ 2922791417582419795487525076108975879877558272 \\ \hline 5845582835164839590975050152217951759755116544 \\ 5845582835164839590975050152217951759755116544 \\ \hline 11691165670329679181950100304435903519510233088 \\ 11691165670329679181950100304435903519510233088 \\ \hline 23382331340659358363900200608871807039020466176 \\ 23382331340659358363900200608871807039020466176 \\ \hline 46764662681318716727800401217743614078040932352 \\ 46764662681318716727800401217743614078040932352 \\ \hline 93529325362637433455600802435487228156081864704 \\ 93529325362637433455600802435487228156081864704 \\ \hline 187058650725274866911201604870974456312163729408 \\ 187058650725274866911201604870974456312163729408 \\ \hline 374117301450549733822403209741948912624327458816 \\ 374117301450549733822403209741948912624327458816 \\ \hline 748234602901099467644806419483897825248654917632 \\ 748234602901099467644806419483897825248654917632 \\ \hline 1496469205802198935289612838967795650497309835264 \\ 1496469205802198935289612838967795650497309835264 \\ \hline 2992938411604397870579225677935591300994619670528 \\ 2992938411604397870579225677935591300994619670528 \\ \hline 5985876823208795741158451355871182601989239341056 \\ 5985876823208795741158451355871182601989239341056 \\ \hline 11971753646417591482316902711742365203978478682112 \\ 11971753646417591482316902711742365203978478682112 \\ \hline 23943507292835182964633805423484730407956957364224 \\ 23943507292835182964633805423484730407956957364224 \\ \hline 47887014585670365929267610846969460815913914728448 \\ 47887014585670365929267610846969460815913914728448 \\ \hline 95774029171340731858535221693938921631827829456896 \\ 95774029171340731858535221693938921631827829456896 \\ \hline 191548058342681463717070443387877843263655658913792 \\ 191548058342681463717070443387877843263655658913792 \\ \hline 383096116685362927434140886775755686527311317827584 \\ 383096116685362927434140886775755686527311317827584 \\ \hline 766192233370725854868281773551511373054622635655168 \\ 766192233370725854868281773551511373054622635655168 \\ \hline 1532384466741451709736563547103022746109245271310336 \\ 1532384466741451709736563547103022746109245271310336 \\ \hline 3064768933482903419473127094206045492218490542620672 \\ 3064768933482903419473127094206045492218490542620672 \\ \hline 6129537866965806838946254188412090984436981085241344 \\ 6129537866965806838946254188412090984436981085241344 \\ \hline 12259075733931613677892508376824181968873962170482688 \\ 12259075733931613677892508376824181968873962170482688 \\ \hline 24518151467863227355785016753648363937747924340965376 \\ 24518151467863227355785016753648363937747924340965376 \\ \hline 49036302935726454711570033507296727875495848681930752 \\ 49036302935726454711570033507296727875495848681930752 \\ \hline 98072605871452909423140067014593455750991697363861504 \\ 98072605871452909423140067014593455750991697363861504 \\ \hline 196145211742905818846280134029186911501983394727723008 \\ 196145211742905818846280134029186911501983394727723008 \\ \hline 392290423485811637692560268058373823003966789455446016 \\ 392290423485811637692560268058373823003966789455446016 \\ \hline 784580846971623275385120536116747646007933578910892032 \\ 784580846971623275385120536116747646007933578910892032 \\ \hline 1569161693943246550770241072233495292015867157821784064 \\ 1569161693943246550770241072233495292015867157821784064 \\ \hline 3138323387886493101540482144466990584031734315643568128 \\ 3138323387886493101540482144466990584031734315643568128 \\ \hline 6276646775772986203080964288933981168063468631287136256 \\ 6276646775772986203080964288933981168063468631287136256 \\ \hline 12553293551545972406161928577867962336126937262574272512 \\ 12553293551545972406161928577867962336126937262574272512 \\ \hline 25106587103091944812323857155735924672253874525148545024 \\ 25106587103091944812323857155735924672253874525148545024 \\ \hline 50213174206183889624647714311471849344507749050297090048 \\ 50213174206183889624647714311471849344507749050297090048 \\ \hline 100426348412367779249295428622943698689015498100594180096 \\ 100426348412367779249295428622943698689015498100594180096 \\ \hline 200852696824735558498590857245887397378030996201188360192 \\ 200852696824735558498590857245887397378030996201188360192 \\ \hline 401705393649471116997181714491774794756061992402376720384 \\ 401705393649471116997181714491774794756061992402376720384 \\ \h$$

也

設如有五百八十八人用船均載其船數與每船所載人數相加比船數多四分之三問船數與每船所載人數各幾何

一率 三分

二率 一分

三率 五百八十八

四率 一百九十六

四六 六六〇

九 九九〇

二二〇

三四

法先用比例分其積以三分為一率一分為二率五百八十八人為三率得四率一百九十六人用開平方方法開之得十四為船數以三因之得四十二為每船所載之人數也此以船數為闊每船

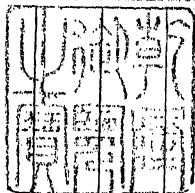
一率 三分
二率 一分

三率 五百八十八
四率 一百九十六

四六 六六〇
九九 九九〇

二四 二四〇

所載人數為長成一長方形船數與人
數相加即如長闊之和和數既比船數
多四分之三則是和數為四分每船所
載人數為三分船數為一分即闊為一
分長為三分也故將共人數三分之而
取其一則人數與船數同為一分而成
正方形矣故平方開之即得船數每船
所載人數既為船數之三倍故三因之
為所載人數也



御製數理精蘊下編卷十一